Bloc 1: Funcions
Tema 1: Límits i continuïtat

1.1.1. Siguin *f(x)* i *g(x)* tals que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\alpha$ i $\lim_{x\to+\infty} g(x)=\beta$, amb $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$. Indica quina de les següents afirmacions és **FALSA:**

a) $\lim_{x\to+\infty}[f(x)+g(x)]=\alpha+\beta$ b) $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-g(x)]=\alpha-\beta$

c) $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)\cdot g(x)\right]=\alpha\cdot\beta$ d) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{\alpha}{\beta}$

1.1.2. Siguin *f(x)* i *g(x)* tals que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ i $\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$. Aleshores podem afirmar que:

a) $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)\cdot g(x)\right]=0$ b) $\lim_{x\to+\infty}[f(x)]^{g(x)}=+\infty$ c) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{g(x)}{f(x)}=0$ d) $\lim_{x\to+\infty}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]=0$

1.1.3. A partir de quin valor *x* es té que la distància entre $f(x)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{x}$ i el seu límit quan $x\to+\infty$ es fa més petita que 0.001?

a) $x>1000$ b) $x>\dfrac{1}{2}$ c) $x>0.001$ d) $x>0$

1.1.4. A partir de quin valor *x* es té que $f(x)=\sqrt{x}$ és més gran que 10^{10}?

a) $x>10^{10}$ b) $x>10^{20}$ c) $x>10^{5}$ d) $x>10$

1.1.5. Indica quina de les següents expressions és **FALSA**:

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=0$ b) $\lim_{x\to+\infty}2^x=+\infty$

c) $\lim_{x\to+\infty}\left[-2\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^x\right]=0$ d) $\lim_{x\to+\infty}[-2\cdot 2^x]=+\infty$

1.1.6. El valor de $\lim_{x\to+\infty}\left[\dfrac{x^2}{3x-1}-\dfrac{x}{3}\right]$ és:

a) 0 b) $+\infty$ c) $\dfrac{1}{3}$ d) $\dfrac{1}{9}$

1.1.7. Siguin $f(x)=\dfrac{2x+3}{\sqrt{9x^2+x+1}}$ i $g(x)=\dfrac{5x}{15x+2}$. Aleshores,

a) $\lim_{x\to+\infty}[f(x)+g(x)]=1$ b) No existeix $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-g(x)]$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)\cdot g(x)\right]=2$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{1}{2}$

1.1.8. Indica quina de les següents expressions és **FALSA**:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^5=1$ b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x=\dfrac{1}{e}$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+x+2}{x^2+1}\right)^x=+\infty$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{4x-1}{x+1}\right)^{\frac{x+1}{2x-1}}=2$

9. Assenyala l'expressió correcta:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}3^x=-\infty$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-x^3}{2x^2+1}=+\infty$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{1-x^2}=+\infty$ d) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\dfrac{x^3}{4x^2-2}-\dfrac{x}{4}\right]=\dfrac{1}{4}$

1.1.10. Siguin $f(x)=\dfrac{3x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ i $g(x)=x+1$. Aleshores,

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+g(x)]=-3$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-g(x)]=-\infty$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=-\infty$ d) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{g(x)}{f(x)}=+\infty$

1.1.11. Sigui $f(x)=\begin{cases}3x-1 & x<0\\ \dfrac{1}{x-1} & x>0\end{cases}$. Aleshores,

a) $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=0$ b) $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=+\infty$ c) $\lim\limits_{x\to0}f(x)=-1$ d) No existeix $\lim\limits_{x\to0}f(x)$

1.1.12. El valor de $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^4-2x^3+x^2}{x^3-3x^2+2x}$ és:

a) 0 b) 1 c) 2 d) $+\infty$

1.1.13. El valor de $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x^2-5x+6}}$ és:

a) 0 b) 1 c) 2 d) No existeix

1.1.14. Sigui la funció $f(x)=\begin{cases}a & x\neq0\\ b & x=0\end{cases}$, amb $a,b\in\mathbb{R}$. Indica quina de les següents afirmacions és **FALSA**:

a) $\lim\limits_{x\to0}f(x)=a$ b) *f(x)* és contínua en *x*=0 sí i només si *a*=*b*

c) Si $a \neq b$, *f(x)* és discontínua en *x*=0   d) $\lim_{x \to 0} f(x) = b$

1.1.15. Considerem $f(x) = \begin{cases} x-2 & x \leq 0 \\ \dfrac{x-4}{x+2} & 0 < x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x} & x > 1 \end{cases}$. Aleshores *f(x)*:

a) És discontínua en *x*=0 i *x*=-2
b) Té una discontinuïtat de salt en *x*=1
c) És contínua en *x*=0 i discontínua en *x*=2
d) Té una discontinuïtat asimptòtica en *x*=0

1.1.16. Sigui $f(x) = \dfrac{(x-1)^2(x-3)}{(x-4)(x-2)(x-1)}$. Aleshores *f(x)*:

a) Té una discontinuïtat evitable en *x*=3   b) És contínua en *x* =1
c) Té una discontinuïtat de salt en *x* =2   d) Té una discontinuïtat asimptòtica en *x*=4

1.1.17. Considerem $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{x-3} & x < 3 \\ \dfrac{-6x}{x^2+9} & x > 3 \end{cases}$. Aleshores:

a) $\lim_{x \to 3^+} f(x) = +\infty$ b) $\lim_{x \to 3^-} f(x) = -\dfrac{2}{3}$ c) *f(x)* és discontínua en *x*=3   d) $\lim_{x \to 3} f(x) = 3$

1.1.18. Sigui la funció $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 1 \\ 4-kx^2 & x > 1 \end{cases}$, amb $k \in \mathbb{R}$. El valor de *k* pel qual *f(x)* és contínua en *x*=1 és:

a) 6   b) 4   c) 2   d) No n'hi ha cap

1.1.19. Sigui $f:[0,1] \to \mathbb{R}$ una funció tal que f(0)=1 i f(1)=-1. Aleshores,

a) f(x) té un zero a (0,1)
b) f(x) té, com a mínim, un zero a (0,1)
c) Si f(x) és contínua té, com a mínim, un zero a (0,1)
d) f(x) no té cap zero a (0,1)

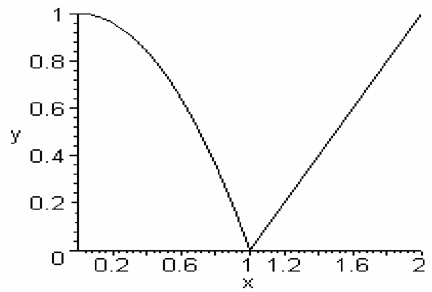
1.1.20. Indica quina de les següents funcions és contínua en [0,2] i, a més, té com a mínim un zero en (0,2):

a) $f(x) = \dfrac{2x-1}{x-4}$ b) $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ c) $f(x) = x+1$ d) $f(x) = x^2+1$

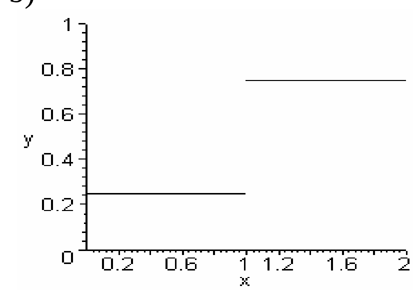
Bloc 1: Funcions
Tema 2: Derivades

1.2.1. Indica quina de les gràfiques següents correspon a la d'una funció derivable a (0,2):

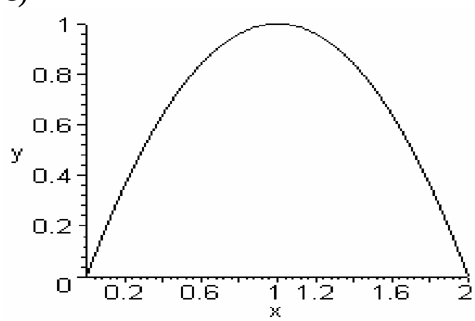
a)



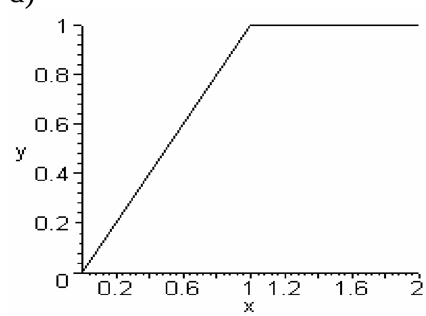
b)



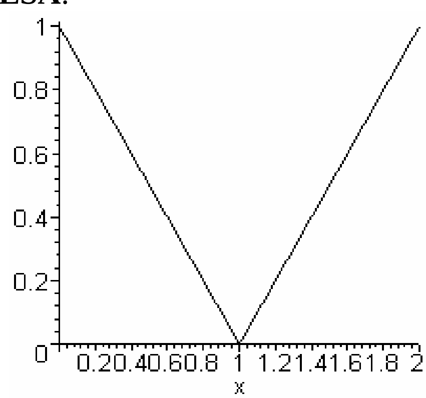
c)



d)



1.2.2. La gràfica representa la derivada d'una certa funció *f(x)*. Indica quina de les següents afirmacions és **FALSA**:



a) $f'(0^+)=1$ b) $f'(2^-)=2$ c) $f'(1)=0$ d) $f'(x)$ no és derivable en x=1

1.2.3. Considera la funció $f(x)=\begin{cases} x(x-1) & x\le 0 \\ x^2 & x>0 \end{cases}$. Aleshores,

a) *f(x)* no és derivable en *x*=0 b) *f(x)* no és contínua en *x*=0

c) $f'(0^+)=-1$ d) $f'(0^-)=0$

1.2.4. Sigui $f(x)=\left|x^2-3x+2\right|$. Aleshores *f(x)*:

a) Pren valors negatius a l'intèrval (1,2)
b) És discontínua en x=1 i x=2
c) És derivable en tot el seu domini
d) No és derivable en x=1 i x=2

1.2.5. Indica quina de les següents afirmacions és certa:
a) Si existeixen els límits laterals d'una funció en un punt, aleshores existeix el límit de la funció en aquest punt
b) Si una funció té límit en un punt, aleshores és contínua en aquest punt
c) Si una funció és contínua en un punt, aleshores és derivable en aquest punt
d) Si una funció és derivable en un punt, aleshores és contínua en aquest punt

1.2.6. Sigui la funció $f(x)=2x^3-5kx^2+1$. Quin ha de ser el valor de k per tal que la recta tangent a la gràfica de *f(x)* en el punt d'abscissa x=2 sigui paral·lela a la recta $4x-y+3=0$?

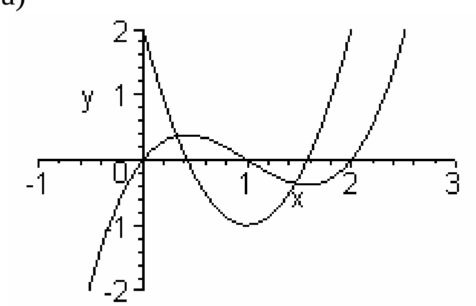
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

1.2.7. Considereu $f(x)=\begin{cases}4x+b & x\le 2\\ ax^2 & x>2\end{cases}$, amb $a,b\in\mathbb{R}$. Aleshores *f(x)*:

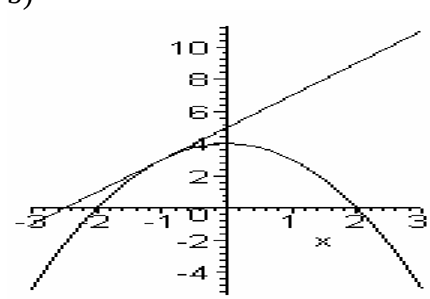
a) És contínua i derivable per a a=1 i b=-4
b) És derivable per a a=1
c) És discontínua per a a=2 i b=0
d) És contínua i derivable per a a=4 i b=8

1.2.8. Indica en quina de les gràfiques següents hi pot haver representada una funció i la seva derivada:

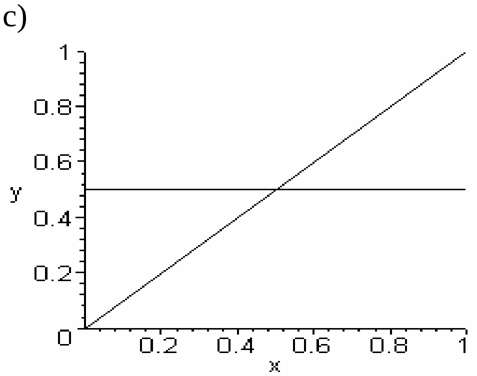
a)



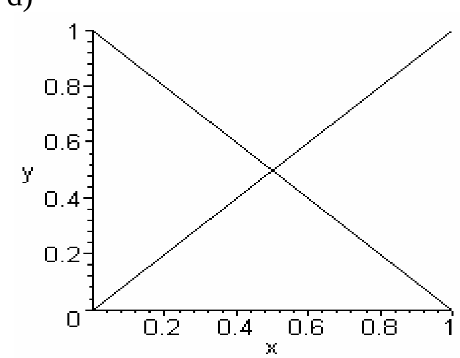
b)



c)



d)



1.2.9. Siguin *f(x)* i *g(x)* tals que $f(2)=4,\ Df(2)=-2,\ g(2)=1,\ Dg(2)=3$. Aleshores,

a) $D(f+g)\left[2\right]=0$ b) $D\left(f-g\right)\left[2\right]=1$

c) $D(f\cdot g)\left[2\right]=12$ d) $D\left(\dfrac{f}{g}\right)\left[2\right]=-14$

1.2.10. Sabem que $f(0)=g(0)=Df(0)=Dg(0)=1$ i $f(1)=g(1)=Df(1)=Dg(1)=2$. Aleshores $D(f\circ g)\left[0\right]$ val:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

1.2.11. La derivada de $f(x)=2x^3-4x^2+3x-1$ és:

a) x^2-x+3 b) $6x^2-8x+3$ c) 0 d) No existeix $f'(x)$

1.2.12. La derivada de $f(x)=(x^2-1)(x+2)$ és:

a) $2x$ b) x^3+2x^2-x-2 c) $3x^2+4x-1$ d) $2x(x+2)$

1.2.13. La derivada de $f(x)=\dfrac{3-2x}{x^2-2}$ és:

a) $-\dfrac{1}{x}$ b) $\dfrac{2x^2-6x+4}{\left(x^2-2\right)^2}$ c) $\dfrac{-6x^2+6x+4}{\left(x^2-2\right)^2}$ d) $-6x^2+6x+4$

1.2.14. La derivada de $f(x)=\left(x^2+1\right)^2+\sqrt{x^2-1}$ és:

a) $2\left(x^2+1\right)+\dfrac{1}{2\sqrt{x^2-1}}$ b) $2x^2+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

c) $x^4+2x^2+1+\sqrt{x^2-1}$ d) $4x^3+4x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

1.2.15. La derivada segona de $f(x)=2\sin x\cos x$ és:

a) $-2\cos x\sin x$ b) $2\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)$ c) $-4\sin 2x$ d) 0

1.2.16. La derivada de $f(x)=\sin^2(x^2+1)+\arctan 2x$ és:

a) $2\cos\left(x^2+1\right)+\dfrac{2}{1+4x^2}$ b) $2\sin\left(x^2+1\right)\cos\left(x^2+1\right)+\dfrac{2}{1+4x^2}$

c) $2x\sin\left(2x^2+2\right)+\dfrac{1}{1+x^2}$ d) $4x\sin\left(x^2+1\right)\cos\left(x^2+1\right)+\dfrac{2}{1+4x^2}$

1.2.17. La derivada de $f(x)=e^x\ln x$ és:

a) $e^x \ln x$ b) $e^x\left(\ln x+\dfrac{1}{x}\right)$ c) $\dfrac{e^x}{x}$ d) $\dfrac{e^x \ln x}{x}$

1.2.18. Indica quina és la derivada de *f(x)* sabent que $\left(x-1\right)^2+\left[f(x)-1\right]^2=4$:

a) $\dfrac{1-x}{f(x)-1}$ b) $1+\sqrt{4-(x-1)^2}$ c) $1+\sqrt{3+2x-x^2}$ d) $1+\dfrac{1-x}{\sqrt{3+2x-x^2}}$

1.2.19. La derivada de $f(x)=(x-1)^{x^2+1}$ és:

a) $\left[2x\ln(x-1)+\dfrac{x^2+1}{x-1}\right]\cdot f(x)$ b) $2x\ln(x-1)+\dfrac{x^2+1}{x-1}$ c) $\left(x^2+1\right)\left(x-1\right)^{x^2}$ d) 1^{2x}

1.2.20. Sigui $f(x)=\dfrac{k-x}{1-x^2}$, amb $k\in\mathbb{R}$. Aleshores,

a) *f(x)* no té cap punt de tangent horitzontal
b) Si *k*=1, aleshores *f(x)* té un sol punt de tangent horitzontal
c) *f(x)* té dos punts de tangent horitzontal $\forall k\notin\left[-1,1\right]$
d) $f'(x)$ és negativa en tot el seu domini

Bloc 1: Funcions
Tema 3: Aplicacions de les derivades

1.3.1. L'equació de la recta tangent al gràfic de la funció $f(x)=2x^3-4x$ en el punt d'abscissa x=1 és:

a) $y=2x+4$ b) $y=-2x+4$ c) $y=2x-4$ d) $y=-2x-4$

1.3.2. El pendent de la recta normal al gràfic de $f(x)=\sqrt{8x}$ en el punt (2,1) val:

a) 1 b) -1 c) 2 d) -2

1.3.3. Considerem la funció $f(x)=x^2-1$ i la recta $r\equiv 4y-4x+5=0$. Assenyala l'afirmació correcta:

a) *r* no és tangent a *f(x)*
b) Si *r* és tangent a *f(x)* en *x*=*a*, aleshores $f'(a)=4$
c) *r* és la tangent a *f(x)* que forma un angle de 45º amb l'eix d'abscisses
d) *r* és tangent a *f(x)* en (4,5)

1.3.4. Sigui una funció *f(x)* derivable en *x*=*a*. Indica quina de les següents afirmacions és **FALSA**:

a) Si $f'(a)>0$, aleshores *f(x)* és creixent en *x*=*a*
b) Si $f'(a)=0$, aleshores la tangent a *f(x)* en *x*=*a* és paral·lela a l'eix OX
c) Si $f'(a)<0$, aleshores *f(x)* és decreixent en *x*=*a*
d) Si *f(x)* és creixent en *x*=*a*, aleshores $f'(a)>0$

1.3.5. Indica quina de les següents funcions és decreixent a (1,2) i creixent a $(2,+\infty)$:

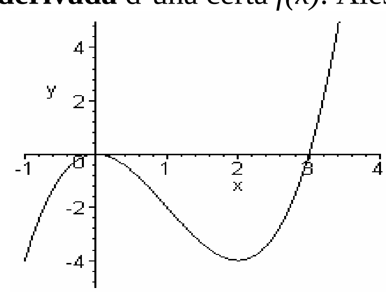
a) $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$ b) $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ c) $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ d) $f(x)=x-1$

1.3.6. Sigui la funció $f(x)=-\dfrac{x}{x^2+k}$, amb $k>0$. Aleshores *f(x)*,

a) Creix a $\left(-\sqrt{k},\sqrt{k}\right)$ b) Decreix a $\left(-\sqrt{k},\sqrt{k}\right)$

c) És creixent $\forall k>0$ d) És decreixent $\forall k>0$

1.3.7. El gràfic representa **la derivada** d'una certa *f(x)*. Aleshores podem dir que *f(x)*:



a) Creix a $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$ b) Té extrems relatius en x=0 i x=2
c) És creixent en x=2 d) És decreixent en x=0

1.3.8. La funció $f(x)=\dfrac{e^x}{2x}$:
a) Té un màxim relatiu a x=1 b) Té un mínim relatiu a x=1
c) No té extrems relatius a $(0,+\infty)$ d) És sempre decreixent a $(0,+\infty)$

1.3.9. La funció $f(x)=2ax^2-12x+10$ té un mínim relatiu en x=3 quan a val:
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

1.3.10. La funció $f(x)=-x^2+ax+b$ té un màxim en el punt (1,2) per a:
a) $a=2, b=1$ b) $a=-2, b=1$ c) $a=-1, b=2$ d) $a=1, b=2$

1.3.11. La funció $f(x)=2x^3-3x^2-36x+1$:
a) És còncava a $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right)$ b) És convexa a $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$
c) Té un punt d'inflexió a $x=\dfrac{1}{2}$ d) No té punts d'inflexió

1.3.12. La funció $f(x)=x^4-6x^2$:
a) És creixent a (-1,1) i és decreixent a $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$
b) És decreixent a (-1,1) i és creixent a $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$
c) És còncava a (-1,1) i és convexa a $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$
d) És convexa a (-1,1) i és còncava a $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

1.3.13. Les funcions del tipus $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, amb $a\neq 0$, sempre:
a) Creixen b) Decreixen c) Tenen extrems relatius d) Tenen un punt d'inflexió

1.3.14. Sigui el rectangle d'àrea màxima inscrit en una circumferència de radi 1:
a) És un quadrat de costat $\sqrt{2}$ b) És un quadrat de costat 2
c) És un rectangle de base 2 i altura 1 d) La seva àrea és 4π

1.3.15. Es vol dissenyar un tetrabrick de base quadrada destinat a contenir 1 litre de líquid. Interessa que el cost del material sigui el més petit possible. Designem amb les lletres b i h la base i l'altura, respectivament, del tetrabrick. Aleshores,
a) La funció a optimitzar és $F(b,h)=b^2h$
b) La relació entre base i altura és $2b^2+4bh=1$
c) El resultat òptim s'aconsegueix amb $b=1, h=1$
d) El problema no té solució

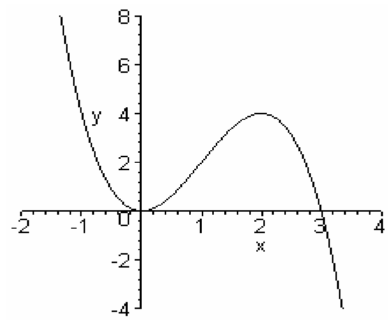
1.3.16. El cost d'un marc per a una finestra rectangular és de 6€ per cada metre d'alçària i de 8€ per cada metre d'amplada. La finestra ha de tenir $3m^2$ de superfície. Aleshores, el marc més barat possible:

a) Té un cost de 48€ b) Té una base de 2m i una alçària de 1,5m

c) Té un perímetre de 3,5m d) És quadrat

1.3.17. Sigui la funció $f(x) = x^3 - 3x^2$. Indica quina de les següents afirmacions és **FALSA**:

a) El seu gràfic té l'aspecte:



b) El seu domini són tots els reals i talla els eixos a (0,0) i (3,0)

c) Té extrems relatius en els punts d'abscissa *x*=0 i *x*=2

d) Té un punt d'inflexió a *x*=1

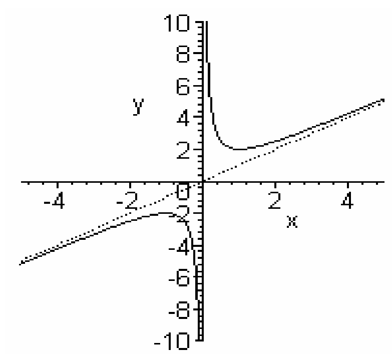
1.3.18. Sigui la funció $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$:

a) No té asímptotes obliqües

b) Té un mínim relatiu a *x*=-1 i un màxim relatiu a *x*=1

c) Creix a $(-\infty, 0)$ i decreix a $(0, +\infty)$

d) El seu gràfic té l'aspecte:



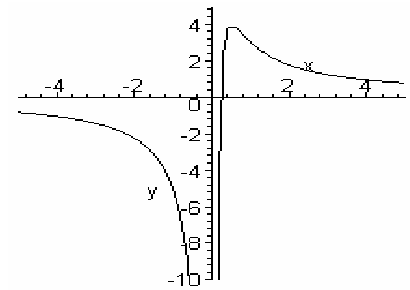
1.3.19. Sigui la funció $f(x) = \dfrac{4x-1}{x^2}$:

a) El seu domini són tots els reals i talla l'eix OX a $x = \dfrac{1}{4}$

b) És decreixent en tot el seu domini

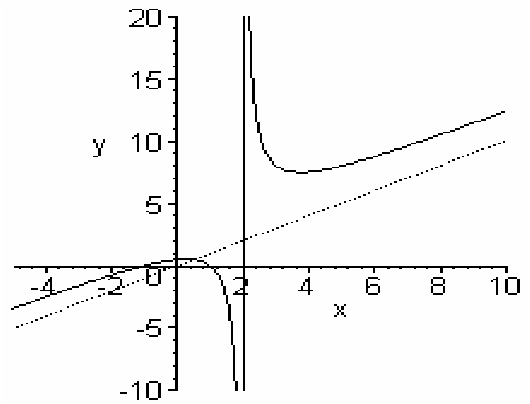
c) No té extrems relatius

d) El seu gràfic té l'aspecte:

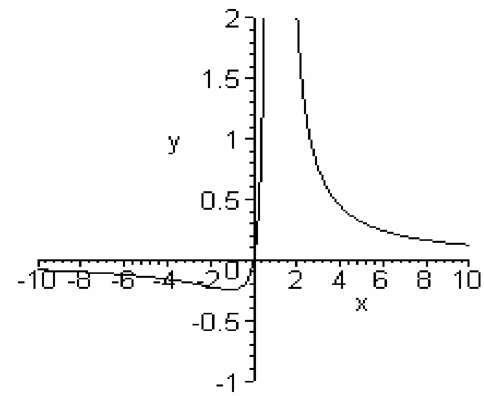


1.3.20. Indica quin dels quatre gràfics següents no correspon a la funció associada:

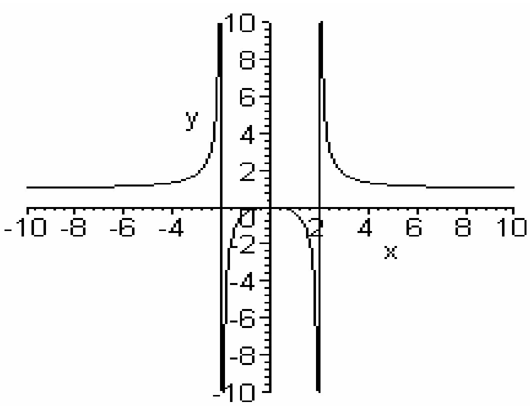
a) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-2}$



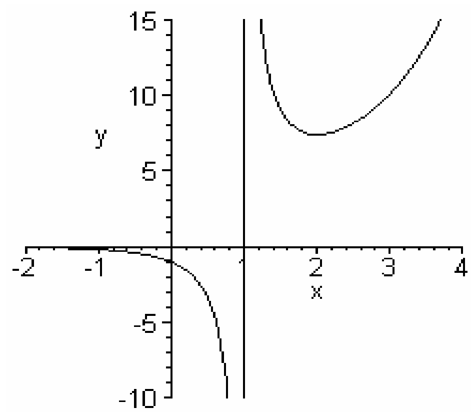
b) $f(x)=\dfrac{x}{(x-1)^2}$



c) $f(x)=\dfrac{x^2}{4-x^2}$



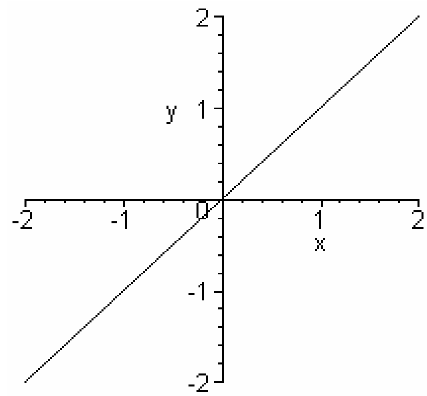
d) $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$



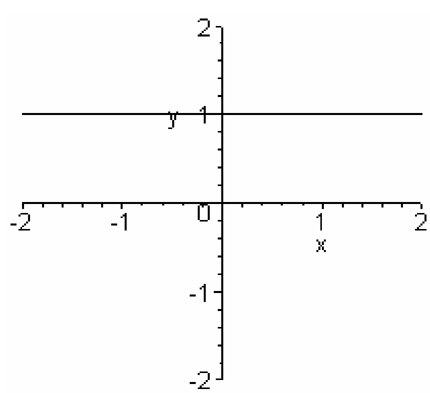
1.4.1. Indica quina de les següents funcions és una primitiva de $f(x) = 2 - \dfrac{1}{\sin x \cos x}$:

a) $2x - \ln(\tan x)$ b) $2 - \dfrac{1}{\sin x \cos x}$ c) $\dfrac{1}{\sin^2 x} - \dfrac{1}{\cos^2 x}$ d) $2x - \tan x$

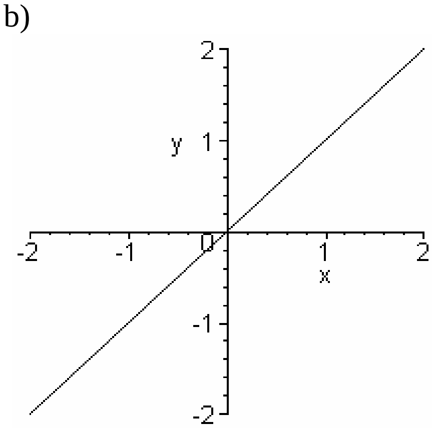
1.4.2. Donada la funció *f(x)* de la figura següent, indica quina de les opcions de resposta conté una primitiva de *f(x)*.



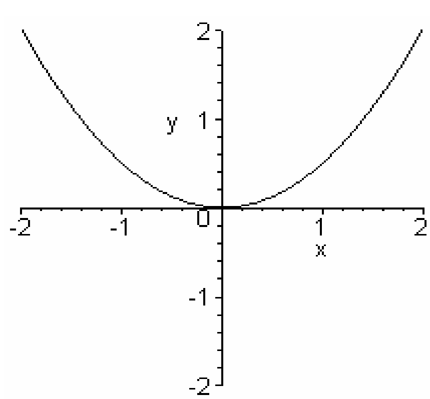
a)



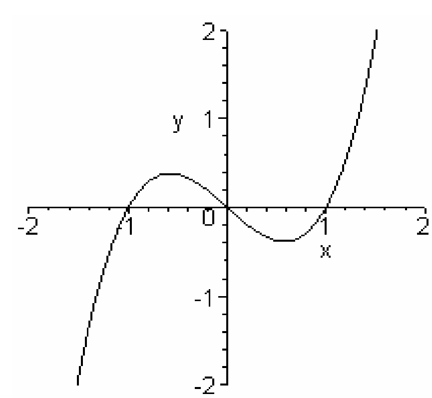
b)



c)



d)



1.4.3. Siguin $F_1(x)$ i $F_2(x)$ dues primitives d'una certa funció *f(x)*. Aleshores,

a) $\left[F_1(x)-F_2(x)\right]'=k, \quad k\neq 0$

b) $F_1(x)-F_2(x)=k, \quad k\in\mathbb{R}$

c) La diferència $F_1(x)-F_2(x)$ pot dependre explícitament de x

d) Les rectes tangents a $F_1(x)$ i $F_2(x)$ en un punt qualsevol es poden tallar

1.4.4. El resultat de $\int \frac{x^4-2x^3+3x^2-5x+4}{x}dx$ és:

a) $x^3-2x^2+3x-5+\frac{4}{x}+k, \quad k\in\mathbb{R}$

b) $\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-5x+4\ln|x|+k, \quad k\in\mathbb{R}$

c) $3x^2-4x+3-\frac{4}{x^2}+k, \quad k\in\mathbb{R}$

d) $\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-5x+4+k, \quad k\in\mathbb{R}$

1.4.5. La funció que passa per (1,0) i és tal que el seu pendent en un punt x qualsevol ve donat per $f(x)=8x^3-4x+1$ és:

a) No n'hi ha cap

b) $24x^2-24$

c) $8x^3-4x-4$

d) $2x^4-2x^2+x-1$

1.4.6. Assenyala la igualtat **FALSA:**

a) $\int(x+1)^2\,dx=\frac{1}{3}(x+1)^3+k, \quad k\in\mathbb{R}$

b) $\int\frac{3}{(x-1)^2}dx=-\frac{3}{x-1}+k, \quad k\in\mathbb{R}$

c) $\int 2\sin(x-3)dx=2\cos(x-3)+k, \quad k\in\mathbb{R}$

d) $\int -e^{2-x}dx=e^{2-x}+k, \quad k\in\mathbb{R}$

1.4.7. Assenyala la igualtat **FALSA:**

a) $\int\sqrt{3x-1}dx=\frac{2}{9}\sqrt{(3x-1)^3}+k, \quad k\in\mathbb{R}$

b) $\int\frac{2x}{1+x^2}dx=2\ln\left(1+x^2\right)+k, \quad k\in\mathbb{R}$

c) $\int 4\cos 2x dx=2\sin 2x+k, \quad k\in\mathbb{R}$

d) $\int\frac{2x}{1+x^4}=\arctan x^2+k, \quad k\in\mathbb{R}$

1.4.8. Assenyala la igualtat **FALSA:**

a) $\int x\sqrt{x^2-1}dx=\frac{\sqrt{\left(x^2-1\right)^3}}{3}+k, \quad k\in\mathbb{R}$

b) $\int 4x^2e^{x^3+1}dx=\frac{4}{3}e^{x^3+1}+k, \quad k\in\mathbb{R}$

c) $\int\sin^4 x\cos x dx=\frac{1}{5}\cos^5 x+k, \quad k\in\mathbb{R}$

d) $\int\frac{4x-1}{x^2+9}dx=2\ln\left(x^2+9\right)-\frac{1}{3}\arctan\frac{x}{3}+k, \quad k\in\mathbb{R}$

1.4.9. Assenyala la igualtat **FALSA:**

a) $\int x \ln x dx = \frac{1}{2}x^2\left(\ln x - \frac{1}{2}\right) + k, \quad k \in \mathbb{R}$

b) $\int e^x \cos x dx = \frac{1}{2}e^x\left(\sin x + \cos x\right) + k, \quad k \in \mathbb{R}$

c) $\int x^2 \sin x dx = 2x \sin x + \left(2 - x^2\right)\cos x + k, \quad k \in \mathbb{R}$

d) $\int \arctan x dx = \frac{1}{2}\ln\left(1 + x^2\right) + k, \quad k \in \mathbb{R}$

1.4.10. Assenyala la igualtat **FALSA:**

a) $\int \frac{1}{x^2 - 1} dx = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| + k, \quad k \in \mathbb{R}$

b) $\int \frac{x-1}{x^3 + x} dx = \ln\frac{\sqrt{1+x^2}}{|x|} + \arctan x + k, \quad k \in \mathbb{R}$

c) $\int \frac{x^2 - x + 3}{x^3 - x^2 + 2x - 2} dx = \ln|x-1| - \frac{1}{\sqrt{2}}\arctan\frac{x}{\sqrt{2}} + k, \quad k \in \mathbb{R}$

d) $\int \frac{x^4 + 2x - 6}{x^3 + x^2 - 2x} dx = \frac{x^2}{2} - x + \ln\left|\frac{x^3(x+2)}{x-1}\right| + k, \quad k \in \mathbb{R}$

1.4.11. La funció *f(x)* tal que $f''(x) = 12x - 4,\ f'(0) = 3,\ f(0) = 0$ és:

a) $2x^3 - 2x^2 + 3x$ b) $12x - 4$ c) $6x^2 - 4x + 3$ d) No n'hi ha cap

1.4.12. Siguin a i b dos valors reals tals que $a < b$. Assenyala l'afirmació correcta:

a) Si *f(x)* és integrable en (a,b), aleshores *f(x)* és contínua en (a,b)

b) Si *f(x)* és discontínua en (a,b), aleshores *f(x)* no és integrable en (a,b)

c) Si *f(x)* és derivable en (a,b), aleshores *f(x)* és integrable en (a,b)

d) Si *f(x)* no és derivable en (a,b), aleshores *f(x)* no és integrable en (a,b)

1.4.13. Assenyala la igualtat **FALSA:**

a) $\int_0^3 (x^2 - 1)dx = 6$ b) $\int_{-1}^4 (4x^3 - 6x^2 + 4x - 2)dx = 145$ c) $\int_0^{2\pi} \sin x dx = 4$ d) $\int_1^e \frac{1}{x}dx = 1$

1.4.14. El resultat de $\int_0^4 \left|(x-1)(x-3)\right| dx$ és:

a) 0 b) 1 c) 3 d) 4

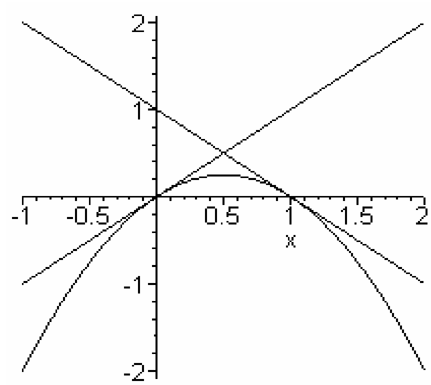
1.4.15. L'àrea tancada entre la paràbola $y = -x^2 + 3x - 2$, l'eix d'abscisses i les rectes x=0 i x=3 val:

a) $-\frac{3}{2}$ b) $\frac{11}{6}$ c) $-\frac{11}{6}$ d) $\frac{3}{2}$

1.4.16. L’àrea de la superfície compresa entre la corba $y = x^2 - 4$ i la recta $y = 4x + 8$ val:

a) 0 b) $\frac{128}{3}$ c) $\frac{256}{3}$ d) $\frac{512}{3}$

1.4.17. Indica quina de les opcions de resposta representa l’àrea limitada per la paràbola $y = x - x^2$ i les seves tangents en els punts en què talla l’eix d’abscisses. El gràfic corresponent és:



a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{1}{24}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{6}$

1.4.18. El valor de a que fa que $y = ax$ i $y = x^2$ tanquin una àrea de 36 unitats de superfície és:

a) 0 b) 2 c) 4 d) 6

1.4.19. El valor de a que fa que la recta $x = a$ divideixi en dues parts d’igual àrea el recinte limitat per la paràbola $y = x^2$ i l’eix OX entre x=0 i x=2 és:

a) 1 b) $\sqrt[3]{2}$ c) $\sqrt[3]{3}$ d) $\sqrt[3]{4}$

1.4.20. L’àrea tancada entre la cúbica $y = x(x-2)^2$ i la recta $y = x$ val:

a) $\frac{37}{6}$ b) $\frac{37}{12}$ c) $\frac{37}{18}$ d) $\frac{37}{24}$

Bloc 2: Matrius i Sistemes
Tema 1: Matrius

2.1.1. Sigui $A=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$. Quina de les següents afirmacions és certa?

a) A és simètrica b) A és antisimètrica c) A no és quadrada d) A és diagonal

2.1.2. Sigui la matriu $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Quina de les següents afirmacions és **FALSA**?

a) $A\in M_{2\times 3}(\mathbb{R})$
b) L'element de matriu a_{12} és 0
c) A és triangular inferior
d) A no és ni simètrica ni antisimètrica

2.1.3. Siguin $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. La matriu suma $A+B$ val:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$
c) No es pot efectuar perquè A i B no tenen les mateixes dimensions.
d) No es pot efectuar perquè A i B no són quadrades.

2.1.4. Sigui $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, amb $a,b,c,d\in\mathbb{R}$, i sigui també $k\in\mathbb{R}$. El producte $k\cdot A$ val:

a) $\begin{pmatrix} ka & kb \\ c & d \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} a & kb \\ c & kd \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} ka & b \\ c & kd \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$

2.1.5. Siguin $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. El producte $A\cdot B$ val:

a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ d) No es pot efectuar perquè no tenen les mateixes dimensions.

2.1.6. Siguin $A\in M_{3\times 4}(\mathbb{R})$ i $B\in M_{2\times 4}(\mathbb{R})$. Quin dels següents productes es pot efectuar?

a) $A\cdot B$ b) $B\cdot A$ c) $A\cdot B^T$ d) $B^T\cdot A$

2.1.7. Siguin $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$:

a) $B\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 4 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$

b) $B\cdot A^T=\begin{pmatrix}-1 & -7 & 3\\ 1 & 5 & 3\end{pmatrix}$

c) $A\cdot B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ -5 & -2\\ -2 & -2\end{pmatrix}$

d) $A^T\cdot B=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 2 & -6\end{pmatrix}$

2.1.8. Siguin $A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & -3\end{pmatrix}$. Aleshores,

a) $A+B=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}$

b) $A-B=\begin{pmatrix}2 & -2\\ -2 & -5\end{pmatrix}$

c) $2\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 5\\ 3 & 4\end{pmatrix}$

d) $2\cdot B^T=\begin{pmatrix}0 & 2\\ -2 & -6\end{pmatrix}$

2.1.9. La matriu unitat del conjunt $M_2(\mathbb{R})$ és:

a) $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$

2.1.10. La matriu inversa de $\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$ és:

a) $\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & \frac{1}{2} & 1\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}$

2.1.11. Siguin $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}$. La solució de l'equació $2X+A-B=0$ és

a) $X=\begin{pmatrix}4 & -2\\ -2 & -2\end{pmatrix}$ b) $X=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ c) $X=\begin{pmatrix}-4 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ d) $X=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$

2.1.12. Considera les matrius $A=\begin{pmatrix}3 & 0 & -1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$ i $B=\begin{pmatrix}1 & 4 & -3\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}$. La solució de l'equació matricial $2X+B=3A$ és:

a) $X=\begin{pmatrix}4 & -2 & 0\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix}$

b) $X=\begin{pmatrix}8 & -4 & 0\\ 2 & 4 & 4\end{pmatrix}$

c) $X=\begin{pmatrix} 7 & 10 & -9 \\ 4 & -1 & 8 \end{pmatrix}$

d) No té solució perquè A i B no tenen les mateixes dimensions.

2.1.13. Sigui la matriu $A=\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$. Indica quina de les opcions de resposta següents conté tots els valors de x per als quals es satisfà l'equació $A^2-6A+9I_2=0$.

a) No existeix cap valor de x per al qual es satisfaci l'equació.

b) $x=2$ i $x=3$

c) $x=2$

d) $x=3$

2.1.14. Sigui $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Aleshores,

a) $rang(A)=0$ b) $rang(A)=1$ c) $rang(A)=2$ d) $rang(A)=3$

2.1.15. Sigui $A=\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ -2 & 8 & 6 \end{pmatrix}$. Aleshores,

a) $rang(A)=0$ b) $rang(A)=1$ c) $rang(A)=2$ d) $rang(A)=3$

2.1.16. Sigui $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Aleshores,

a) $rang(A)=1$ b) $rang(A)=2$ c) $rang(A)=3$ d) $rang(A)=4$

2.1.17. Sigui $A\in M_{3\times 4}(\mathbb{R})$. Quina afirmació és certa?

a) $rang(A)=4$

b) $rang(A)=3$

c) $rang(A)\le 3$

d) No es pot afirmar res sobre el $rang(A)$

2.1.18. Sigui $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$.

a) Si $a=-1$, aleshores $rang(A)=2$.

b) Si $a=1$, aleshores $rang(A)=2$.

c) Si $a=\pm 1$, aleshores $rang(A)=1$.

d) Si $a\ne \pm 1$, aleshores $rang(A)=1$.

2.1.19. Sigui $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Si $a=2$, aleshores $rang(A)=1$; si $a\ne 2$, aleshores $rang(A)=2$.

b) Si $a\ne 2$, aleshores $rang(A)=1$; si $a=2$, aleshores $rang(A)=2$.

c) $rang(A)=1, \quad \forall a\in\mathbb{R}$.

d) $rang(A)=2, \quad \forall a\in\mathbb{R}$.

2.1.20. Sigui $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & a \\ 0 & a & 4 \end{pmatrix}$.

a) Si $a \neq \pm 2$, aleshores $rang(A)=3$.

b) Si $a \neq \pm 2$, aleshores $rang(A)=2$.

c) $rang(A)=3, \quad \forall a \in \mathbb{R}$.

d) $rang(A)=2, \quad \forall a \in \mathbb{R}$.

Bloc 2: Matrius i Sistemes
Tema 2: Determinants

2.2.1. Sigui $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$. Aleshores,

a) $\det A = 4$ b) $\det A = 10$ c) $\det A = -2$ d) $\det A = 2$

2.2.2. Sigui $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 0\\ 3 & 2 & 3\end{pmatrix}$. Aleshores,

a) $\det A = 0$ b) $\det A = 2$ c) $\det A = 4$ d) $\det A = 6$

2.2.3. Sigui $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ -1 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$. Aleshores,

a) $\det A = 0$ b) $\det A = 2$ c) $\det A = 4$ d) $\det A = -4$

2.2.4. La solució de l'equació $\begin{vmatrix}1 & -1\\ -3 & x\end{vmatrix}=0$ és:

a) $x=-3$ b) $x=3$ c) $x=\pm 1$ d) No té solució

2.2.5. Sigui la matriu $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & 2\\ -2 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 4\end{pmatrix}$.

a) L'adjunt de l'element a_{33} és -6 b) L'adjunt de l'element a_{13} és -1

c) L'adjunt de l'element a_{32} és 3 d) L'adjunt de l'element a_{21} és -14

2.2.6. El determinant de $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1 & 0\\ -1 & -2 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 3 & -1\\ 0 & -2 & 2 & 2\end{pmatrix}$ val:

a) -7 b) 7 c) -6 d) 6

2.2.7. Sigui $A=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$. Aleshores, $k\cdot\det(A)$ és igual a:

a) $\begin{vmatrix}ka & kb\\ c & d\end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix}ka & b\\ c & kd\end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix}a & kb\\ kc & d\end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix}ka & kb\\ kc & kd\end{vmatrix}$

2.2.8. Siguin $A \in M_3(\mathbb{R})$ i $k \in \mathbb{R}$. Aleshores $\det(k \cdot A)$ és igual a:

a) $\det A$ b) $k \cdot \det A$ c) $k^2 \cdot \det A$ d) $k^3 \cdot \det A$

2.2.9. Indica quina de les següents afirmacions és certa:
a) $\det(A \cdot B) = \det(B \cdot A)$ siguin quines siguin A i B
b) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$ perquè A i B, en general, no commuten
c) $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$ siguin quines siguin A i B
d) $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$ sí i només si A i B quadrades

2.2.10. Siguin A, B i C tres matrius quadrades de les mateixes dimensions. Sabem que $\det(A) \neq 0$ i $\det(B) \neq 0$. Aleshores, la solució de l'equació matricial $A \cdot X \cdot B = C$ és:

a) $X = A^{-1} \cdot B^{-1} \cdot C$ b) $X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$
c) $X = C \cdot A^{-1} \cdot B^{-1}$ d) No podem assegurar que existeixi solució

2.2.11. La matriu inversa de $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ és:

a) No existeix inversa perquè $\det A = 0$ b) $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

2.2.12. Indica quina de les següents afirmacions és certa:
a) Tota matriu té inversa
b) Tota matriu quadrada té inversa
c) Tota matriu quadrada amb determinant no nul té inversa
d) Cap matriu té inversa

2.2.13. Sigui $A = \begin{pmatrix} a & d & a+d \\ b & e & b+e \\ c & f & c+f \end{pmatrix}$. Quina de les següents afirmacions és **FALSA?**

a) $\det A = 0$ b) $rang(A) \leq 2$ c) No existeix A^{-1} d) $rang(A) = 3$

2.2.14. Sigui A una matriu quadrada $n \times n$ i tal que $\det A = 0$. Aleshores,
a) Tots els elements de matriu de A són nuls b) A no té inversa
c) $rang(A) = 0$ d) $rang(A) = n$

2.2.15. Sigui $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$. Aleshores,

a) $rang(A) = 0$ b) $rang(A) = 1$ c) $rang(A) = 2$ d) $rang(A) = 3$

2.2.16. Sigui $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$. Aleshores,

a) $rang(A)=0$ b) $rang(A)=1$ c) $rang(A)=2$ d) $rang(A)=3$

2.2.17. Sigui A una matriu. Li afegim una nova columna i designem $\overline{A}$ la nova matriu. Aleshores,

a) $rang(\overline{A})=rang(A)$ b) $rang(\overline{A})\leq rang(A)+1$

c) $\det(\overline{A})=\det(A)$ d) $\det(\overline{A})=\det(A)+1$

2.2.18. Siguin A i B matrius quadrades tals que $\det(A)=0$ i $\det(B)\neq 0$. Aleshores,

a) $\det(A\cdot B)=0$

b) No es pot assegurar que $\det(A\cdot B)=0$

c) $rang(A\cdot B)=rang(B)$.

d) $rang(A)=rang(B)$.

2.2.19. Sigui $A=\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$. Aleshores,

a) $a=0\Rightarrow rang(A)=1$ b) $a\neq 1\Rightarrow rang(A)=3$

c) $rang(A)=2, \quad \forall a\in\mathbb{R}$ d) $a=1\Rightarrow rang(A)=1$

2.2.20. Sigui $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Aleshores,

a) $a=2\Rightarrow rang(A)=2$ b) $a=2\Rightarrow rang(A)=3$

c) $a\neq 2\Rightarrow rang(A)=2$ d) $rang(A)=2, \quad \forall a\in\mathbb{R}$

Bloc 2: Matrius i Sistemes
Tema 3: Sistemes d'equacions lineals

2.3.1. Siguin els sistemes $\Sigma := \begin{cases} x^2 - 2y = 1 \\ 2x - 5xy = 0 \end{cases}$, $\Xi := \begin{cases} 2x - 3y = x \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ i $\Theta := \begin{cases} 3x + y = 4 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$.
Aleshores,
a) Ξ no és un sistema lineal b) Θ és un sistema lineal
c) Σ és un sistema lineal d) Cap dels tres sistemes és lineal

2.3.2. Sigui el sistema $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 5y = 0 \end{cases}$. Aleshores,
a) $(3,1)$ és solució del sistema b) $(10,4)$ és solució del sistema
c) $(5,2)$ és solució del sistema d) Cap de les anteriors és solució del sistema

2.3.3. Sabem que la solució d'un sistema compatible indeterminat és $x = \lambda$, $y = 1 + \lambda$, $z = 1 - \lambda$, amb $\lambda \in \mathbb{R}$. Aleshores,
a) $x = 1,\ y = 1,\ z = 1,$ és una solució del sistema
b) $x = 0,\ y = 1,\ z = 1,$ és una solució del sistema
c) $x = 1,\ y = 1,\ z = 0,$ és una solució del sistema
d) Ens cal conèixer el sistema per comprovar si les afirmacions anteriors són certes o falses

2.3.4. Assenyala l'afirmació correcta:
a) Els sistemes incompatibles poden tenir solució
b) Els sistemes compatibles indeterminats no tenen solució única
c) Els sistemes compatibles no poden tenir solució única
d) Els sistemes incompatibles indeterminats tenen infinites solucions

2.3.5. El sistema $\begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ -9x + 6y = 15 \end{cases}$
a) Representa dues rectes del pla que són paral·leles
b) És incompatible
c) No és compatible determinat
d) Representa dues rectes del pla que es tallen en un únic punt

2.3.6. El sistema $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ x - y + z = 3 \end{cases}$
a) És incompatible b) És compatible determinat
c) Representa tres plans que es tallen en una recta d) Té infinites solucions

2.3.7. Sigui el sistema $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+y=1 \end{cases}$. La seva solució ve donada per:

a) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

2.3.8. Sabem que el sistema $A\vec{x} = \vec{b}$ és de Cramer. Aleshores,

a) $\vec{x} = A^{-1}\vec{b}$ b) $\vec{x} = \vec{b}A^{-1}$

c) No té solució d) No existeix A^{-1}, però el sistema podria ser compatible

2.3.9. Dos sistemes són equivalents quan:

a) Tenen el mateix nombre d'equacions b) Tenen el mateix nombre d'incògnites

c) Tenen solució d) Tenen les mateixes solucions

2.3.10. Indica quina de les següents transformacions no manté necessàriament l'equivalència entre sistemes:

a) Afegir una nova equació obtinguda com a combinació lineal de les equacions inicials

b) Restar a una equació una combinació lineal de les altres

c) Multiplicar una equació per un nombre diferent de zero

d) Substituir una equació per una combinació lineal de les altres equacions

2.3.11. $\overline{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 2 & 15 \\ 3 & 0 & 4 & 11 \end{array}\right)$ i $\overline{B} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array}\right)$ són les matrius ampliades de dos sistemes d'equacions. Aleshores,

a) Els sistemes són equivalents b) El sistema associat a $\overline{B}$ és incompatible

c) Els sistemes no són equivalents d) Cap de les afirmacions anteriors és certa

2.3.12. Tenim un sistema amb n incògnites i tal que $rang(A) = rang(\overline{A}) < n$. Aleshores,

a) No podem afirmar res sense conèixer el sistema b) És compatible determinat

c) És compatible indeterminat d) És incompatible

2.3.13. Sigui A la matriu de coeficients d'un sistema de n incògnites, i sigui $\overline{A}$ la corresponent matriu ampliada. Aleshores,

a) Si $rang(A) = rang(\overline{A})$ el sistema és incompatible

b) Si $rang(A) = n$ el sistema és compatible

c) Si $rang(\overline{A}) = n+1$ el sistema és incompatible

d) Si $rang(\overline{A}) = n$ el sistema és compatible determinat

2.3.14. Els sistemes amb més incògnites que equacions:

a) No poden ser compatibles determinats
b) No poden ser compatibles indeterminats
c) No poden ser incompatibles
d) Cap de les respostes anteriors és certa

2.3.15. La matriu de coeficients d'un sistema és $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$. Aleshores,

a) És compatible determinat
b) És compatible indeterminat
c) És incompatible
d) No pot ser compatible determinat

2.3.16. Sigui el sistema $\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x+y+2z=2 \\ x-y-z=1 \end{cases}$. Aleshores,

a) $x=\dfrac{1}{12}\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$
b) $y=\dfrac{1}{12}\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$
c) $z=\dfrac{1}{12}\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$
d) És incompatible

2.3.17. La solució del sistema $\begin{cases} x+2y-z=1 \\ y+z=2 \\ x+3y=3 \end{cases}$ és:

a) És incompatible, no té solució
b) $x=1,\ y=2,\ z=3$
c) $x=-3+3\lambda,\ y=\lambda,\ z=2-\lambda,\quad \lambda\in\mathbb{R}$
d) $x=-3+3\lambda,\ y=2-\lambda,\ z=\lambda,\quad \lambda\in\mathbb{R}$

2.3.18. Sigui el sistema $\begin{cases} x+z=1 \\ x+2y+z=3 \\ 2x-y+2z=1 \end{cases}$. La solució és:

a) És incompatible
b) $\begin{cases} x=1-\lambda \\ y=1 \qquad \lambda\in\mathbb{Z}. \\ z=\lambda, \end{cases}$
c) $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$
d) $\begin{cases} x=\lambda \\ y=1 \qquad \lambda\in\mathbb{Z}. \\ z=1+\lambda, \end{cases}$

2.3.19. Un sistema amb tots els termes independents nuls:
a) Pot ser incompatible
b) No pot ser compatible indeterminat
c) Sempre és compatible
d) No pot ser compatible determinat

2.3.20. Sigui $\begin{cases} x-2y+4z=0 \\ x+y+z=0 \\ 2x+y=0 \end{cases}$. Indica quina de les següents afirmacions és **FALSA**:

a) És homogeni

b) És compatible

c) $x=0,\ y=0,\ z=0,$ n'és solució

d) No és compatible determinat

2.3.21. La matriu de coeficients d'un sistema és $\begin{pmatrix} a & 4 \\ 1 & a \end{pmatrix}$. Aleshores,

a) Si $a=2$ o $a=-2$ el sistema és incompatible

b) Si $a=2$ la solució és un punt del pla

c) Si $a=-2$ la solució és una recta del pla

d) Si $a \neq 2$ i $a \neq -2$ el sistema és compatible determinat

2.3.22. Sigui el sistema amb matriu ampliada $\overline{A}=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & a & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a+1 & 1 \end{array}\right)$. Aleshores,

a) Si $a=-1$ el sistema és compatible determinat

b) Si $a=0$ el sistema és incompatible

c) Si $a \neq 0$ i $a \neq -1$ el sistema és compatible determinat

d) Si $a \neq 0$ el sistema és compatible indeterminat

2.3.23. Sigui el sistema $\begin{cases} x+y+z=a \\ x+ay-z=1 \\ ax+y+z=4 \end{cases}$.

a) Si $a \neq 1$ i $a \neq -1$ la matriu de coeficients del sistema és invertible

b) Si $a=1$ el sistema és compatible indeterminat

c) Si $a=-1$ el sistema és compatible

d) Si $a \neq 1$ el sistema és incompatible

2.3.24. Considereu el sistema $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-ay=0 \\ -x+2y=3 \end{cases}$.

a) És incompatible $\forall a \in \mathbb{R}$

b) Si $a=1$ és compatible determinat

c) $x=0,\ y=0,\ z=0,$ n'és solució

d) Si $a=1$ és compatible indeterminat

2.3.25. Sigui $\begin{cases} 2x+y+az=a \\ x+ay+z=1 \\ x+y+z=a \end{cases}$.

a) Si $a=1$ el sistema és compatible determinat

b) Si $a \neq 2$ el sistema és compatible indeterminat

c) Si $a \neq 1$ el sistema és compatible

d) Si $a=2$ el sistema és incompatible

Bloc 3: Geometria analítica a l'espai
Tema 1: Vectors a l'espai

3.1.1. Siguin A, B, C tres punts de l'espai. Indica quina de les següents afirmacions és **FALSA**:
a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{0} \Rightarrow A=C$ b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$ d) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$

3.1.2. Els vectors (1,0,0), (1,1,0) i (2,1,0):
a) Són linealment independents
b) No són coplanaris
c) Qualsevol vector de $\mathbb{R}^3$ es pot escriure en combinació lineal d'ells
d) No són base de $\mathbb{R}^3$

3.1.3. Siguin els vectors $\vec{u}=(2,1,0)$, $\vec{v}=(-1,3,-2)$, $\vec{w}=(-1,-2,1)$. El resultat de l'operació $5\vec{u}-\vec{v}+3\vec{w}$ és:
a) (8,-4,5) b) (14,8,-1) c) (7,2,1) d) (6,-4,5)

3.1.4. Siguin els vectors $\vec{u}=(1,0,0)$, $\vec{v}=(0,1,0)$, $\vec{w}=(1,1,1)$:
a) Són base de $\mathbb{R}^3$
b) Són ortogonals dos a dos
c) Les components de $\vec{x}=(-1,0,2)$ en la base $\mathbb{R}^3=\{\vec{u},\vec{v},\vec{w}\}$ són (-1,0,2)
d) $\vec{u},\vec{v}$ i $\vec{y}=(1,1,0)$ sí són base de $\mathbb{R}^3$

3.1.5. El nombre màxim de vectors linealment independents que trobem en el conjunt format per $\vec{u}=(-6,4,1)$, $\vec{v}=(2,-1,3)$, $\vec{w}=(8,-5,2)$ és:
a) 3 b) 2 c) 1 d) 0

3.1.6. Siguin $\vec{u}=(k,2,2)$, $\vec{v}=(2,k,k)$, $\vec{w}=(6,4,6)$, $k\in\mathbb{R}$. Són linealment independents si i només si:
a) $k=2$ o $k=-2$ b) $k\neq 2$ i $k\neq -2$ c) $k\neq 0$ d) $k=1$

3.1.7. Assenyala l'afirmació correcta:
a) Si tres vectors de $\mathbb{R}^3$ no són base d'aquest espai vectorial, aleshores cap vector de $\mathbb{R}^3$ es pot escriure en combinació lineal d'ells
b) Si tres vectors de $\mathbb{R}^3$ són linealment independents, com a mínim un d'ells es pot posar en combinació lineal dels altres dos
c) Si tres vectors de $\mathbb{R}^3$ són linealment independents, aleshores són base de $\mathbb{R}^3$
d) Si un conjunt de vectors de $\mathbb{R}^3$ són generadors de l'espai, aleshores són base de $\mathbb{R}^3$

3.1.8. Les components de $\vec{x}=(2,3,5)$ en la base de $\mathbb{R}^3$ formada per $\vec{u}=(1,0,1)$, $\vec{v}=(0,1,1)$, $\vec{w}=(1,1,0)$ són:

a) $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ no són base de $\mathbb{R}^3$ b) (2,3,5) c) (3,2,0) d) (2,3,0)

3.1.9. Siguin els vectors $\vec{u}=(3,-2,0),\ \vec{v}=(4,1,3)$. Aleshores:
a) $\vec{u}\cdot\vec{v}=10$ b) Són ortogonals c) Són paral·lels d) Formen un angle de 30º

3.1.10. Donats els vectors $\vec{u}=(1,-1,0),\ \vec{v}=(2,0,k),\quad k\in\mathbb{R}$,
a) Si $k=0$ són ortogonals b) Si $k=2$ són paral·lels
c) Si $k=-2$ formen un angle de 60º d) $\vec{u}\cdot\vec{v}=1+k$

3.1.11. Siguin $\vec{u},\vec{v}$ tals que $|\vec{u}|=4,\ |\vec{v}|=2,\ \widehat{(\vec{u},\vec{v})}=60^\circ$. Aleshores $|\vec{u}-\vec{v}|$ val:
a) $2\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $2\sqrt{5}$ d) $2\sqrt{7}$

3.1.12. El valor de la projecció ortogonal de $\vec{u}=(3,-4,0)$ sobre $\vec{v}=(4,4,-2)$ és:
a) $-\dfrac{4}{3}$ b) -1 c) $-\dfrac{4}{5}$ d) $-\dfrac{2}{3}$

3.1.13. Siguin $\vec{u},\vec{v}$ dos vectors unitaris tals que la projecció ortogonal de $\vec{u}$ sobre $\vec{v}$ és igual a -1. Aleshores:
a) $\vec{u},\vec{v}$ són ortogonals b) $\vec{u},\vec{v}$ són linealment dependents c) $\vec{u}\cdot\vec{v}=1$ d) $\vec{u}=\vec{v}$

3.1.14. Siguin $\vec{u}=(1,1,0),\ \vec{v}=(0,1,1)$. Aleshores $\vec{u}\wedge\vec{v}$ és:
a) (1,-1,1) b) (1,1,1) c) (-1,1,1) d) (1,1,-1)

3.1.15. Dos vectors d'igual mòdul formen un angle de 30º i determinen un paral·lelògram d'àrea 8. El mòdul d'aquests vectors val:
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

3.1.16. L'àrea del triangle de vèrtexs $A(0,0,0),\ B(2,3,1),\ C(0,6,2)$ val:
a) $2\sqrt{10}$ b) $2\sqrt{11}$ c) $2\sqrt{12}$ d) 0

3.1.17. El volum del paral·lelepípede definit per $\vec{u}=(1,3,2),\ \vec{v}=(-1,0,1),\ \vec{w}=(0,1,-1)$ és:
a) -6 b) 6 c) -3 d) 3

3.1.18. Siguin $\vec{u}=(1,0,1),\ \vec{v}=(0,-1,1)$. Les components de $\vec{w}=(1,2,2)$ en la base $\mathbb{R}^3=\{\vec{u},\vec{v},\vec{u}\wedge\vec{v}\}$ són:
a) (1,-1,-1) b) (2,-1,-1) c) (-1,1,1) d) (-2,1,1)

3.1.19. Siguin els vectors $\vec{u},\vec{v},\vec{u}\wedge\vec{v}$, amb $\vec{u},\vec{v}\neq\vec{0}$:
a) Si $\vec{u}\wedge\vec{v}=\vec{0}$, aleshores $\vec{u},\vec{v}$ són linealment independents
b) $\vec{u}\wedge\vec{v}\neq\vec{0}$

c) $\vec{u} \wedge \left[\vec{v} \wedge \left(\vec{u} \wedge \vec{v} \right) \right] = \vec{0}$

d) Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{0}$, aleshores $\vec{u}, \vec{v}$ són linealment dependents

3.1.20. Siguin $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ tals que $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$. Aleshores:

a) $\vec{v} = \vec{w}$

b) $\vec{u}$ i $\vec{v} - \vec{w}$ són paral·lels

c) $\vec{u}$ i $\vec{v} - \vec{w}$ són perpendiculars

d) $\vec{u} \wedge \left(\vec{v} - \vec{w} \right) = \vec{0}$

Bloc 3: Geometria analítica a l'espai
Tema 2: Rectes i plans a l'espai

3.2.1. Considerem els punts $A(2,-3,8)$ i $B(8,9,-4)$. Aleshores,
a) El punt mitjà del segment $\overline{AB}$ és (3,3,2)
b) Els punts que divideixen $\overline{AB}$ en tres parts iguals són (4,1,4) i (6,5,0)
c) El punt (5,3,2) no està sobre el segment $\overline{AB}$
d) El punt mitjà del segment $\overline{AB}$ no coincideix amb el punt mitjà del segment $\overline{BA}$

3.2.2. Siguin els punts $O(2,-1,4)$ i $A(1,-3,2)$. El punt simètric de A respecte de O és:

a) $A'(3,1,6)$ b) $A'(0,-5,0)$ c) $A'\left(\frac{3}{2},-2,3\right)$ d) $A'(1,2,2)$

3.2.3. Siguin els punts $A(1,3,2)$, $B(4,5,-2)$ i $C(x,y,-18)$. Per a quins valors de x i y resulta que A, B i C estan alineats?

a) $x=\frac{5}{2},\ y=4$ b) $x=\frac{3}{2},\ y=1$ c) $x=16,\ y=13$ d) $x=0,\ y=0$

3.2.4. Considerem la recta $(x,y,z)=(1,2,-1)+\lambda(1,0,1)$. Aleshores,
a) Passa per l'origen de coordenades
b) És paral·lela a totes les rectes de vector director $\vec{v}=(-1,1,1)$
c) És perpendicular a l'eix OY
d) (1,0,1) és un punt de la recta

3.2.5. Sigui la recta r que passa pels punts $A(1,3,-2)$ i $B(0,-2,5)$. Indica quina de les següents equacions **NO REPRESENTA** r:

a) $(x,y,z)=(0,-2,5)+\lambda(1,5,-7)$ b) $\begin{cases} x=1-\lambda \\ y=3-5\lambda \\ z=-2+7\lambda \end{cases}$

c) $x-1=\dfrac{y-3}{5}=\dfrac{z+2}{-7}$ d) $\begin{cases} 5x-y=2 \\ 7y+5z=-11 \end{cases}$

3.2.6. L'equació de la recta que passa per (1,1,1) i és perpendicular als vectors $\vec{u}=(1,0,-1)$ i $\vec{v}=(2,1,1)$ és:

a) $\begin{cases} 2x+y+z-4=0 \\ x-z=0 \end{cases}$ b) $(x,y,z)=(1,1,1)+\lambda(2,1,1)$

c) $\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=1+\lambda \\ z=1+2\lambda \end{cases}$ d) $\dfrac{x-1}{3}=y-1=\dfrac{z-1}{0}$

3.2.7. Les rectes $r \equiv \frac{x+1}{2} = y+5 = \frac{z}{-3}$ i $s \equiv \begin{cases} 3x-2y=4 \\ x+2z=2 \end{cases}$:

a) Són paral·leles

b) Es tallen en el punt $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{23}{4}, \frac{9}{4}\right)$

c) Es creuen sense tallar-se

d) No són coplanàries

3.2.8. Siguin les rectes $r \equiv \begin{cases} x=-2+a\lambda \\ y=3+b\lambda \\ z=1-\lambda \end{cases}$ i $s \equiv \frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{3} = z-2$. Els valors de a i b que les fan paral·leles són:

a) $a=5,\ b=3$

b) $a=-5,\ b=-3$

c) $a=5,\ b=-3$

d) $a=-5,\ b=3$

3.2.9. Considerem el pla determinat pels punts $A(0,0,0)$, $B(-2,1,3)$ i $C(1,0,5)$. Aleshores:

a) Respon a l'equació $-2x+y+3z=0$

b) (-2,1,3) i (-3,1,2) en són vectors directors

b) $\vec{v}=(5,13,-1)$ n'és un vector normal

d) (1,1,1) és també un punt del pla

3.2.10. L'equació del pla paral·lel a $\pi \equiv 2x-3y+7z-3=0$ que passa per (7,0,-2) és:

a) $7x+2z-3=0$

b) $2x-3y+7z=0$

c) $-2x+3y-7z+3=0$

d) $3x-2y+z+8=0$

3.2.11. L'equació del pla que conté el punt $P(1,2,3)$ i és perpendicular a la recta que passa per $A(1,1,1)$ i $B(2,0,4)$ és:

a) $(x,y,z)=(1,2,3)+\lambda(1,1,1)+\mu(2,0,4)$

b) $x-2y+3z-14=0$

b) $x-2y+3z-2=0$

d) $x-y+3z-8=0$

3.2.12. L'equació del pla que conté les rectes $r \equiv \begin{cases} x=3-\lambda \\ y=2+3\lambda \\ z=1 \end{cases}$ i $s \equiv \begin{cases} x=2+\lambda \\ y=-3\lambda \\ z=0 \end{cases}$ és:

a) $3x+y-5z-6=0$

b) $-x+3y-3=0$

c) $x-3y-2=0$

d) $3x-2y+z+8=0$

3.2.13. La recta que passa per $P(0,2,2)$ i talla perpendicularment la recta $r \equiv \begin{cases} 3x+2y-z-1=0 \\ x+y-1=0 \end{cases}$ és:

a) $\begin{cases} x=3\lambda \\ y=2+2\lambda \\ z=2-\lambda \end{cases}$

b) $(x,y,z)=(0,2,2)+\lambda(1,-1,1)$

c) $\frac{x}{0} = y-1 = z-1$

d) $\begin{cases} x=0 \\ y+z=4 \end{cases}$

3.2.14. La recta que passa per $P(1,0,1)$, és paral·lela al pla $\pi \equiv 3x-2y+2z-4=0$ i talla la recta $\begin{cases} y=2 \\ z=0 \end{cases}$ és:

a) $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{2}$

b) $(x,y,z)=(1,0,1)+\lambda(0,2,0)$

c) $\begin{cases} 3x-2y+2z-5=0 \\ y+z=2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=2\lambda \\ z=1-\lambda \end{cases}$

3.2.15. Siguin $\pi_1 \equiv 2x-y-z+1=0$, $\pi_2 \equiv x+y-z=0$ i $\pi_3 \equiv -4x+2y+2z+1=0$. Aleshores:

a) π_1 i π_3 són paral·lels

b) π_1 i π_2 són perpendiculars

c) π_1 i π_3 són el mateix pla

d) Tots tres plans es tallen en un punt

3.2.16. Els plans $\pi_1 \equiv kx+3y-2z+1=0$ i $\pi_2 \equiv 2x-6y+4z+3=0$, $k \in \mathbb{R}$, són tals que:

a) Es tallen en una recta per a qualsevol valor de k

b) Són paral·lels per a $k=2$

c) Són coincidents per a $k=1$

d) Són perpendiculars per a $k=13$

3.2.17. Siguin $\pi_1 \equiv -ax+2y+z=2$, $\pi_2 \equiv -x+y-z=a-1$ i $\pi_3 \equiv -x+y+az=1$, amb $a \in \mathbb{R}$. Aleshores:

a) Si $a=-1$, es tallen en una recta

b) Si $a=2$, n'hi ha dos que són paral·lels

c) Si $a \neq -1$ i $a \neq 2$, es tallen en un punt

d) Si $a=-1$ o $a=2$, el sistema format per les equacions dels tres plans és compatible determinat

3.2.18. Considerem la recta $r \equiv \begin{cases} x=2\lambda \\ y=1-\lambda \\ z=3+2\lambda \end{cases}$ i el pla $\pi \equiv x-2y-2z+1=0$. Aleshores:

a) Són secants

b) Són paral·lels

c) El pla conté la recta

d) Cap de les anteriors és certa

3.2.19. Siguin la recta $r \equiv \begin{cases} x+2y+z=1 \\ kx+y+z=1 \end{cases}$ i el pla $\pi \equiv x+y+kz=1$, amb $k \in \mathbb{R}$. Aleshores:

a) No existeix cap valor de k per al qual r i π siguin perpendiculars

b) Si $k \neq 0$ i $k \neq 1$, r i π són paral·lels

c) Si $k=0$, r està continguda en π
d) Si $k=1$, r i π són secants

3.2.20. Donades la recta $r \equiv \begin{cases} x+y+z=1 \\ -x-2y+z=0 \end{cases}$ i el pla $\pi \equiv 2x+y+az=b$, amb $a,b \in \mathbb{R}$, resulta que:
a) Si $a \neq 4$, r i π són perpendiculars
b) Si $a=4$, r i π són secants
c) Si $a=4$ i $b=3$, r està continguda en π
d) Si $b \neq 3$, r i π són paral·leles

Bloc 3: Geometria analítica a l'espai
Tema 3: Geometria mètrica a l'espai

3.3.1. Considerem el pla π i les rectes *r* i *s*:
a) Si totes dues rectes estan contingudes en el pla, aleshores les rectes són secants
b) Si *r* és paral·lela a π i *s* és perpendicular a π, aleshores les rectes són secants
c) Si totes dues rectes són paral·leles a π, aleshores són paral·leles entre elles
d) Si totes dues rectes són perpendiculars a π, aleshores són paral·leles entre elles

3.3.2. Donada una recta *r* i un punt *P* de *r*,
a) Existeix una sola recta perpendicular a *r* que passa per *P* i un sol pla perpendicular a *r* que passa per *P*
b) Existeixen infinites rectes perpendiculars a *r* que passen per *P* i un sol pla perpendicular a *r* que passa per *P*
c) Existeix una sola recta perpendicular a *r* que passa per *P* i infinits plans perpendiculars a *r* que passen per *P*
d) Existeixen infinites rectes perpendiculars a *r* que passen per *P* i infinits plans perpendiculars a *r* que passen per *P*

3.3.3. El pla que conté la recta $r \equiv (x,y,z) = (0,1,0) + \lambda(1,1,1)$ i és perpendicular al pla $\pi \equiv x - y - 2z - 3 = 0$ té per equació:
a) $x - 3y + 2z + 3 = 0$ b) $x + y + z - 1 = 0$ c) $2x + 2y - 3 = 0$ d) $x - y - 2z + 1 = 0$

3.3.4. La recta que talla perpendicularment les rectes $r \equiv \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 3\lambda \end{cases}$ i $s \equiv \begin{cases} x - 5 = 0 \\ y - z + 5 = 0 \end{cases}$

és:
a) $\begin{cases} x = 1 + 4\lambda \\ y = -1 + \lambda \\ z = -\lambda \end{cases}$ b) $(x,y,z) = (-1,1,0) + \lambda(0,1,1)$

c) $(x,y,z) = (1,-1,6) + \lambda(-4,-1,1)$ d) $\begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 1 \end{cases}$

3.3.5. L'equació de la recta que passa pel punt $P(0,1,3)$ i talla perpendicularment la recta $r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ és:
a) $(x,y,z) = (0,1,3) + \lambda(1,1,1)$ b) $\begin{cases} x - 3y - 5 = 0 \\ 2y - z + 3 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = 2\lambda \\ y = 1-2\lambda \\ z = 3-2\lambda \end{cases}$ d) $\dfrac{x-3}{0} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{3}$

3.3.6. La recta continguda en el pla $\pi \equiv x - y + z - 2 = 0$ que talla perpendicularment la recta $r \equiv x = y = z$ és:

a) $(x, y, z) = (2, 2, 2) + \lambda(1, 0, -1)$ b) $\begin{cases} y = 2 \\ x + z = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = -2-\lambda \\ y = -2 \\ z = -2+\lambda \end{cases}$ d) $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+2}{0} = \dfrac{z+2}{-1}$

3.3.7. El simètric del punt $P(2,1,0)$ respecte de la recta $r \equiv x = y-1 = z+1$ té coordenades:
a) (0,3,0) b) (3,0,0) c) (0,3,3) d) (3,3,0)

3.3.8. El simètric del punt $P(-1,2,1)$ respecte del pla $\pi \equiv 4x - y + z - 13 = 0$ té coordenades:
a) (0,7,3) b) (7,0,3) c) (7,3,0) d) (0,3,7)

3.3.9. El cosinus de l'angle format pel vector director de la recta que passa per (2,2,0) i (4,5,2) i el de la recta $r \equiv \begin{cases} 4x - z = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ val:

a) $\dfrac{7}{17}$ b) $\dfrac{8}{17}$ c) $\dfrac{9}{17}$ d) $\dfrac{10}{17}$

3.3.10. Siguin els plans $\pi_1 \equiv x + y - z + 1 = 0$ i $\pi_2 \equiv ax + y + 2z - 1 = 0,\ a \in \mathbb{R}$. Indica per a quin dels següents valors d'*a* l'angle entre els dos plans val 60º:
a) $4+3\sqrt{3}$ b) $3+4\sqrt{3}$ c) $4+4\sqrt{3}$ d) $3+3\sqrt{3}$

3.3.11. L'angle format per la recta $r \equiv (x, y, z) = (-1, 2, 2) + \lambda(1, 0, 1)$ i el pla que passa per $P(a,b,c),\ a,b,c \in \mathbb{R}$, i és perpendicular a la recta $s \equiv \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-2}{0}$, val:

a) 60º b) 45º c) 30º d) Depèn de $a,\ b$ i c

3.3.12. La distància entre els punts $P(1, 0, 1)$ i $Q(-1, k, 2),\ k \in \mathbb{R}$, és:

a) k b) $5+k^2$ c) $\sqrt{k^2+5}$ d) $\sqrt{k}$

3.3.13. Sigui *r* la recta que passa pel punt *P* i té vector director $\vec{v}$, i sigui *Q* un punt exterior a *r*. Aleshores, la distància entre *Q* i *r* ve donada per:

a) $\dfrac{\overrightarrow{PQ}\wedge\vec{v}}{|\vec{v}|}$ b) $\dfrac{\left|\vec{v}\wedge\overrightarrow{QP}\right|}{|\vec{v}|}$ c) $\dfrac{\left|\overrightarrow{PQ}\wedge\vec{v}\right|}{\vec{v}}$ d) $\dfrac{\left|\overrightarrow{PQ}\wedge\vec{v}\right|}{\left|\overrightarrow{PQ}\right|}$

3.3.14. Considerem un punt P i un pla π. Indica quina de les següents opcions **NO** coincideix amb la distància entre P i π:
a) La distància entre P i un punt qualsevol de π
b) La projecció ortogonal del vector que uneix P i un punt qualsevol de π sobre un vector normal a π
c) La distància entre una recta paral·lela a π que passi per P i una recta continguda en π i paral·lela a la primera
d) La distància entre P i el punt d'intersecció de π amb la recta perpendicular a π que passa per P

3.3.15. Considerem les rectes $r \equiv (x,y,z) = (2,-1,1) + \lambda(1,2,2)$ i $s \equiv \begin{cases} x = 2 \\ y+1 = \dfrac{z-3}{3} \end{cases}$. La distància que les separa és:
a) $\dfrac{1}{\sqrt{26}}$ b) $\dfrac{2}{\sqrt{26}}$ c) $\dfrac{3}{\sqrt{26}}$ d) $\dfrac{4}{\sqrt{26}}$

3.3.16. Un cub té dues cares sobre els plans $\pi_1 \equiv -4y+3z+4=0$ i $\pi_2 \equiv 8y-6z+42=0$. El volum del cub és:
a) 125   b) 64   c) 27   d) No existeix tal cub

3.3.17. Suposem una recta i un pla tals que no es tallen. La distància del pla a la recta:
a) Coincideix amb la distància de qualsevol punt del pla a la recta
b) Coincideix amb la distància de qualsevol punt de la recta al pla
c) No està definida si la recta està continguda en el pla
d) Sempre val 0

3.3.18. Considerem la recta $r \equiv x-1 = \dfrac{y+6}{2} = \dfrac{z}{3}$ i el pla $\pi \equiv x+y+z-4=0$. Els punts de r que disten $\sqrt{3}$ unitats de π són:
a) (-6,2,-3) i (-3,4,-2)   b) (6,-2,3) i (3,-4,2)
c) (-3,2,-6) i (-2,4,-3)   d) (3,-2,6) i (2,-4,3)

3.3.19. L'àrea del triangle determinat pels punts de tall de les rectes $r \equiv x = y = z$, $s \equiv \dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y-6}{-4} = \dfrac{z-3}{1}$ i $t \equiv \dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z+1}{1}$ amb el pla $\pi \equiv 10x+9y-7z=0$ és:
a) $\sqrt{920}$ b) $\sqrt{230}$ c) $\sqrt{\dfrac{115}{2}}$ d) $\sqrt{\dfrac{115}{8}}$

3.3.20. La recta que s'obté en projectar ortogonalment la recta $r \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$ sobre el pla $\pi \equiv x - 3y + 2z - 2 = 0$ és:

a) $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$

b) $\begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ x - 3y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y - 2z - 3 = 0 \\ x - 3y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 7x - y - 5z - 15 = 0 \\ x - 3y + 2z - 2 = 0 \end{cases}$